

ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ХАОС В НЕАВТОНОМНОМ ОСЦИЛЛЯТОРЕ С УПРАВЛЯЕМОЙ ЧАСТОТОЙ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Д.А. Крылосова¹, Е.П. Селезнев^{1,2}, Н.В. Станкевич^{2,3}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (СГУ), Саратов, Россия

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова (СФ ИРЭ РАН), Саратов, Россия

³Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. (СГТУ им. Гагарина Ю.А.), Саратов, Россия

Аннотация. В работе исследуется неавтономный осциллятор с управляемой фазой и частотой внешнего воздействия. В системе показана возможность возбуждения хаотических колебаний. Проведено детальное исследование спектров Фурье хаотических сигналов, наблюдаемых в системе.

Ключевые слова: динамический хаос, неавтономный осциллятор, мультстабильность.

BROADBAND CHAOS IN NON-AUTONOMOUS OSCILLATOR WITH CONTROLLING FREQUENCY OF EXTERNAL ACTION

D. A. Krylosova¹, E.P. Seleznev^{1,2}, N.V. Stankevich^{2,3}

¹Chernyshevsky Saratov State University (SSU), Saratov, Russia

²Kotel'nikov's Institute of Radio-Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch, Saratov, Russia

³Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (SSTU), Saratov, Russia

Abstract. In the paper non-autonomous oscillator with controlling phase and frequency of external action is investigated. In the system the excitation of chaotic oscillations is shown. Detailed study of Fourier spectrums for chaotic signals observed in the system are carried out.

Keywords: dynamical chaos, non-autonomous oscillator, multistability.

1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих системах, включая радиофизические, биологические и другие наблюдаются колебательные процессы, при которых один объект, входящий в систему, воздействует на другой периодическим сигналом, но при изменении условий функционирования, частота воздействия изменяется. Например, в системах передачи информации для обеспечения высокой устойчивости используется, так называемая фазовая автоподстройка частоты [1]. Система сердечно-сосудистой регуляции живых организмов при изменении нагрузки увеличивает или уменьшает частоту сердцебиений [2]. При такого рода взаимодействиях зависимость частоты от динамической переменной может привести к возникновению в системе хаотической динамики. В рамках данной работы проведено исследование особенностей хаотической динамики в такого рода системе.

2. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве простейшего объекта исследования такой системы удобно использовать классическую модель теории колебаний – осциллятор, находящийся под внешнем гармоническом воздействии, при этом мы рассмотрим случай, когда частота

внешнего воздействия линейно зависит от динамической переменной [3-5]. Математическую модель такого осциллятора можно записать в следующем виде:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V \sin(p\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где x – динамическая переменная, α – коэффициент диссипации, ω_0 – собственная частота колебаний осциллятора, V – амплитуда, p – частота, а φ – фаза внешнего воздействия, соответственно.

3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

Перейдем к численному исследованию системы (1). Анализ характера вынужденных колебаний осуществлялся с помощью анализа фазовых портретов, сечений Пуанкаре, спектров Фурье. В работе проводился однопараметрический и двухпараметрический анализ динамики системы. С возможностью выявления мультистабильности в системе.

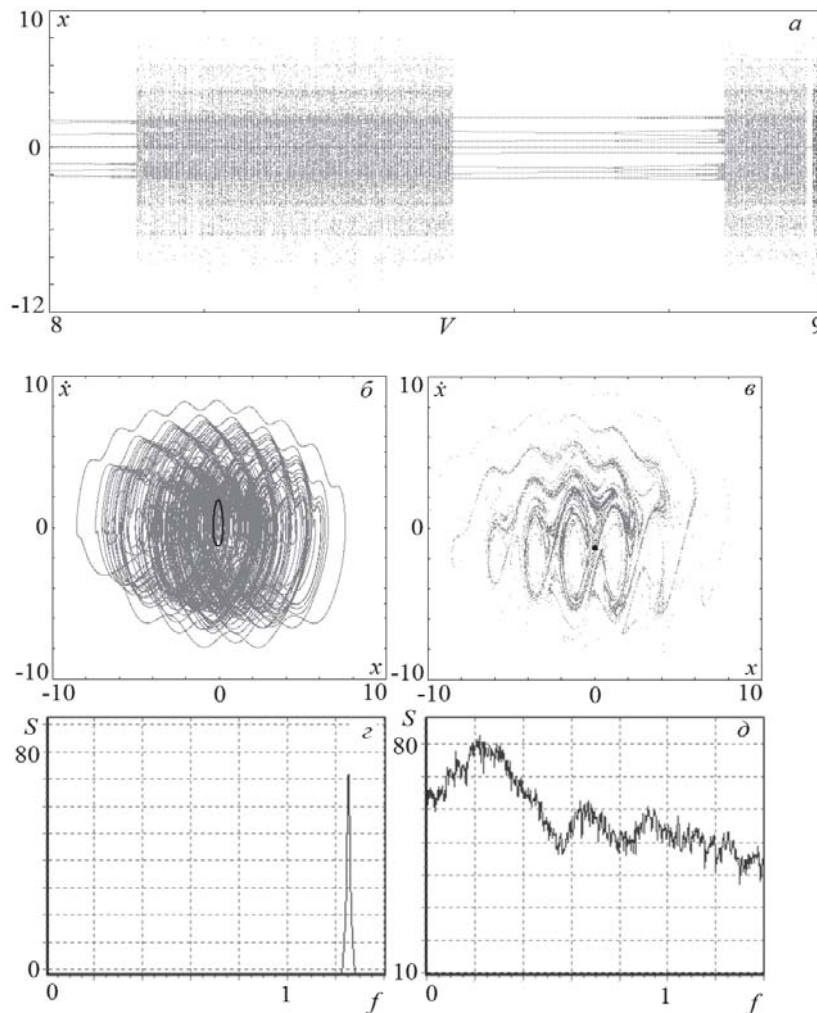


Рис. 1. а) Проекция бифуркационного дерева модели (1) при $r=0.1$, $p=5$, $k=2.5$; б) двумерная проекция фазового портрета и в) стробоскопическое сечение фазового портрета для модели (1) при $V=8.4$, $x_0=-0.0267$, $y_0=-1.2176$ (черный цвет – периодический режим) и $x_0=2.1878$, $y_0=-4.8897$ (серый цвет – хаотический режим); г) и д) спектры Фурье сосуществующих режимов.

На рис.1а представлены бифуркационные деревья системы (1) при $p=5$, $k=2.5$. Данное дерево строилось с наследованием начальных условий, а также для различных направлений сканирования интервала параметров, черный цвет соответствует сканированию интервала слева направо, а серый - справа налево. Переменная x фиксировалась в стробоскопическом сечении. Как видно из рисунка при изменении направления сканирования мы можем наблюдать сосуществование в фазовом пространстве различных аттракторов, причем, как периодических колебаний, так и периодических и хаотических. На рис.1б представлены сосуществующие аттракторы: предельный цикл периода 1 и хаотический аттрактор. На рис.1в представлены их стробоскопические сечения. На рис.1г и 1д представлены спектры Фурье сосуществующих режимов. На спектрах Фурье хорошо видно, что спектральные компоненты сосуществующих сигналов различны. Основной пик хаотического сигнала находится на более низких частотах, при этом спектр достаточно широкий. Хаотический аттрактор характеризуется следующими показателями Ляпунова: $\Lambda_1=0.2332$, $\Lambda_2=0.0$, $\Lambda_3=-0.3431$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, введение линейной зависимости частоты внешнего воздействия от динамической переменной в неавтономном осцилляторе приводит формированию в динамике системы иерархии периодических и хаотических колебаний. Хаотическая динамика является широкополосной. В динамике системы появляются режимы колебаний, соответствующие так называемой динамике нелинейного осциллятора с периодическим потенциалом. В системе наблюдается мультистабильность.

5. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект № 17-12-01008.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. - 336 с.
2. Гайтон А.К., Холл Дж.Э. Медицинская физиология. М.: Логосфера, 2008. - 1296 с.
3. Рожнев А.Г., Трубецков Д.И. Линейные колебания и волны. М.: Физматлит, 2001. - 416с.
4. Астахов В.В. Исследование динамики нелинейного колебательного контура при гармоническом воздействии / Безручко Б.П., Селезнев Е.П. // Радиотехника и электроника, 1987, Т.32, №12. – С.2558-2566.
5. Селезнев Е.П. Сложная динамика неавтономного осциллятора с управляемой фазой внешнего воздействия / Станкевич Н.В. // Письма в ЖТФ, 2019, Т.45, №2. - С.59-62.

REFERENCES

1. Shalfeev V.D., Matrosov V.V. Nonlinear dynamics of phase synchronization systems. Nizhny Novgorod: Publishing House of Nizhny Novgorod State University, 2013. - 336 p.
2. Guyton, AK, Hall, J.E. Medical physiology. M.: Logosphere, 2008. - 1296 p.
3. Rozhnev AG, Trubetskov D.I. Linear vibrations and waves. M.: Fizmatlit, 2001. - 416s.

4. Astakhov V.V. Investigation of the dynamics of a nonlinear oscillatory circuit under harmonic action / Bezruchko, B.P., Seleznev, E.P. // Radio engineering and electronics, 1987, V.32, №12. - S.2558-2566.
5. Seleznev E.P. The complex dynamics of a nonautonomous oscillator with a controlled phase of external influence / N. Stankevich. // Letters to the Journal of Physics and Technology, 2019, T.45, No. 2. - P.59-62.